

в праве говорить, что содержащиеся в гипотезах утверждения абсолютно истинны не только что отклонения от этих утверждений слишком ничтожны, чтобы быть замеченными. Эвклид, как мы уже сказали, не дает ответа на эти вопросы: он довольствуется установлением гипотез и доказательством, что если они правильны, то правильны и все вытекающие из них; уже дело того, кто захочет пользоваться этими результатами, определить для себя степень доверия к названным гипотезам.

16. Общая теория пропорций; пятая и шестая книги Эвклида.

В предыдущем мы имели уже случай указать несколько раз на те места из первых книг „Начал“, в которых изложение отличается от обычного теперешнего изложения; различия эти — поскольку они не носят чисто формального характера — объясняются, главным образом, тем, что в первых книгах своего труда Эвклид должен отказаться от пользования пропорциями и обратиться к доказательствам, основывающимся на геометрической алгебре.

Это, как мы уже сказали, зависело от того, что старая теория пропорций была с полной строгостью применима лишь к соизмеримым величинам. Правда, Эвдокс устранил этот недостаток новой и, действительно, общей теорией пропорций, но Эвклид развивает ее лишь в *пятой книге* „Начал“. Поэтому мы остановимся подробнее на изложении этой книги, чтобы основательно познакомиться по ней с теорией пропорций, бывшей не только основой, на которой воздвиглась вся дальнейшая математика древних, но и содержащей, кроме того, принципы будущей общей теории величин.

Чтобы лучше понять все значение этой книги, правильнее всего пренебречь сложной терминологией Эвклида для обозначения пропорций, образуемых разными способами из других пропорций, и обозначить пропорции современными алгебраическими символами. С этой целью мы станем обозначать первыми буквами алфавита a, b, c, \dots общие величины, которые Эвклид изображает с помощью отрезков, а буквами m, n, p, \dots целые числа, которым он придает на своих рисунках соответствующие небольшие значения, в зависимости от примера. Мы увидим тогда, что даваемое им в пятой книге геометрическое представление пропорций довольно ясно и удобно.

Из многочисленных определений Эвклида мы будем пользоваться лишь тремя следующими:

Определение 4 утверждает, что две величины образуют отношение, если кратные каждой из них могут с известного момента начать превосходить другую величину. Это предполагает не только то, что величины должны быть одинаковой природы, так что их можно сравнивать между собой, но и выражает еще одно важное условие, которое окажется необходимым как для распространения теории пропорций и на несоизмеримые величины, так впоследствии и для исследований в области бесконечно-малых, производившихся Эвклидом и Архимедом с помощью изобретенного Эвдоксом приема доказательств путем исчерпывания.

Определение 5 гласит, что

$$a : b = c : d,$$